



Concours d'accès à la formation de troisième cycle

Le 17 octobre 2015

Intitulé de la formation : *Signaux et Communications*

Epreuve : *Théorie et Traitement du Signal*

Durée : 2 heures

Exercice 1

On considère la fonction $g(t)$ définie sur $]-\infty, +\infty[$ par la figure ci-dessous :

1. Calculer sa transformé de Fourier $G(f)$. Que devient $G(f)$ si $f=0$?

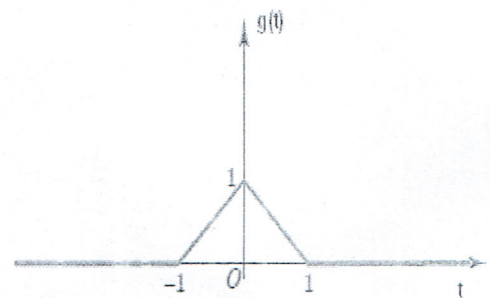
2. Evaluer l'intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(t)}{t} \right)^2 dt$$

3. Démontrer que $g(t) = f(t) * f(t)$ (* produit de convolution) Où $f(t)$ est une fonction créneau, déduire $f(t)$.

4. Détermine la valeur de l'intégrale suivante:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(t)}{t} \right)^4 dt$$



Exercice 2

Soit $x(t) = A \text{rect}(t/T)$ et $y(t) = B \text{tri}(2t/T)$.

1. Représenter graphiquement $x(t)$ et $y(t)$.

2. Soit $z(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ calculer la fonction d'intercorrélation, $R_{zy}(\tau)$, de $z(t)$ et $y(t)$.

3. Calculer la fonction d'intercorrélation $R_{xy}(\tau)$ de $x(t)$ et $y(t)$.

4. Calculer la densité interspectrale de puissance de $x(t)$ et $y(t)$.

Rappel : $\left(R_{xy}(\tau) \right)' = -R_{x'y}(\tau) = R_{xy}(\tau)$ *énergie*

Exercice 3

On considère le signal $x(t)$ suivant :

$$x(t) = \cos(2\pi F_0 t) \frac{\sin(2\pi F_1 t)}{\pi t}, \text{ avec } F_1 < F_0$$

1. Calculer et tracer $X(f)$.
2. Déterminer la valeur minimale de la fréquence d'échantillonnage.
3. On suppose $F_1 = F_0/3$, on échantillonne le signal à la fréquence $F_e = 3F_0$. Représenter graphiquement le spectre du signal échantillonné.
4. Quel traitement faut-il faire subir au signal échantillonné pour reconstituer $x(t)$?